

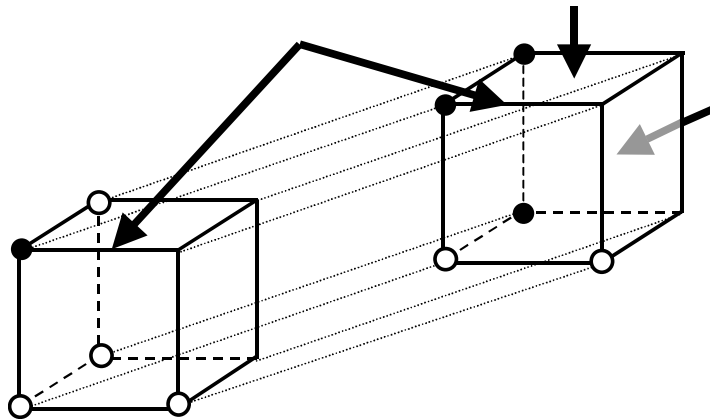
Vorlesung

Diskrete Mathematik

Themen

MENGENTHEORETISCHE, LOGISCHE UND ALGEBRAISCHE
GRUNDLAGEN DER MATHEMATIK
SOWIE KOMBINATORIK UND LINEARE ALGEBRA

Bernhard Goetze



Grundbegriffe der Mengenlehre, Aussagenlogik, Anwendung der Aussagenlogik in der Informatik, Prädikatenlogik, Beweisprinzipien, Rechnen mit Mengen, Mächtigkeit endlicher Mengen, Boolesche Algebren, Halbordnungen, Äquivalenzrelationen, Funktionen, Zahlenbereiche, Mächtigkeit unendlicher Mengen, Kombinatorik, Permutationen, Auswahlen, Diskrete Wahrscheinlichkeit, Vektoren, Matrizen, geometrische Transformationen, Lineare Gleichungssysteme, Determinanten.

Vorwort

Die Vorlesung behandelt mengentheoretische, logische und algebraische Grundlagen der Mathematik sowie Kombinatorik und Lineare Algebra. Sie wurde unter der Bezeichnung „Diskrete Mathematik“ in den Studienjahren 2000/2001 und 2001/2002 zwei mal vor dem 1. Studienjahr des Studienganges „Medieninformatik“ der Technischen Fachhochschule Berlin gehalten. Sie lief parallel zu einer gleichnamigen Vorlesung von Prof. Dr. Werner Nehrllich, der dem Autor als Mentor der Lehrveranstaltung umfangreiche Unterstützung gewährte. So konnte auf eine bereits vorhandene Skripte aufgebaut werden. Intensive Diskussionen mit Prof. Nehrllich sowie dem Übungsassistenten Dipl.-Math. Maik Bohnet waren für den Autor eine große Hilfe. Ein zusätzlich vorgesehene Kapitel über Algorithmen und rekursive Funktionen konnte aus Zeitgründen in keinem der beiden Kurse gelesen werden und wurde deshalb auch nicht in die Gliederung aufgenommen.

Anfang 2003 erschien das Lehrbuch von W. Nehrllich (siehe Literaturliste), in dem der Stoff der Vorlesung im wesentlichen überdeckt wird. Allerdings wurde die Lineare Algebra ausgeklammert, da für dieses Gebiet zahlreiche sehr gute Darstellungen verfügbar sind.

1 Mengenlehre I: Grundbegriffe der Mengenlehre

Cantors Mengendefinition, Beschreibung von Mengen, Elementbeziehung \in , Gleichheit von Mengen, die leere Menge \emptyset , Disjunktheit, Eulersche Kreise (Vennsche Diagramme), die Inklusion \subseteq , Unvergleichbarkeit bezüglich \subseteq , die echte Inklusion \subset , Nichtinklusion $\not\subseteq$, Komplement \bar{M} , Paare, Tupel, Kreuzprodukt, Wörter über einem Alphabet, Relationen, Relationsgraphen, Definitionsbereich und Wertebereich von zweistelligen Relationen, Funktionen, injektive und bijektive Funktionen.

2 Mathematische Logik

2.1 Aussagenlogik

Aussagen, Wahrheitswerte, Aussagenlogische Operationen, Wahrheitswerttabellen, Negation, Konjunktion \wedge , Disjunktion \vee , Implikation, Äquivalenz, Prämisse, Konklusion.

Aussagenlogische Ausdrücke, Klammereinsparungsregeln, Strukturbäume.

Boolesche Funktionen, Tautologien, Kontradiktionen.

Rechnen mit logischen Ausdrücken, Semantische Äquivalenz.

Wichtige semantische Äquivalenzen: Kommutativität und Assoziativität von \wedge und \vee , Absorptionsregel, Distributivität, Komplementarität, Idempotenz, de Morgan (Petrus Hispanus); Komplementarität, Neutralität und Extremalität von 0 und 1; Negation der Negation.

Das Dualitätsprinzip.

Fundamentalkonjunktionen, Elementarkonjunktion, disjunktive Normalformen DNF, kanonischen disjunktiven Normalformen KDNF, der diskrete Einheitswürfel.

Die semantische Implikation, Implikanten, Primimplikanten, Hyperfläche im diskreten Einheitswürfel, Minimierung von DNF's nach Quine-McCluskey, das Minimum-Cover-Problem. Quine-McCluskey für partiell definierte Boolesche Funktionen, Verweis auf Karnaugh-Diagramme. Konjunktive Normalformen (KNF und KKNF).

Alle zweistelligen Operationen der Aussagenlogik, vollständige Mengen Boolescher Funktionen, RSE-Darstellung, Sheffer- und Nicod-Funktion.

Hinweise auf Anwendung der Aussagenlogik in der Informatik: Schaltalgebra, SPS-Programmierung, IF-Klauseln der Programmierung, SQL (Structured Query Language).

2.2 Prädikatenlogik

Aussagenform, Individuenvariablen, Individuenbereich, Quantoren, Allquantor \wedge , Existenzquantor \vee , prädikatenlogische Äquivalenzen, Kommutativität und Assoziativität, Distributivität, deMorgan für Quantoren, Hinweis auf Konstruktivismus in der Mathematik.

2.3 Beweisprinzipien

Abtrennungsregel (modus ponens), Kettenschluß (Syllogismus - *modus barbara*), Ringbeweis, Fallunterscheidung, Kontraposition, Indirekter Beweis (reductio ad absurdum), Irrationalität von $\sqrt{2}$.

3 Mengenlehre II: Rechnen mit Mengen und Boolesche Algebren

3.1 Potenzmenge

$\wp(M)$, die Struktur $[\wp(M), \subseteq]$, Hasse-Diagramme, Bijektion zwischen $\wp(M)$ auf $\{0,1\}^n$, Hinweis auf Isomorphismen.

3.2 Mengenalgebra

Mengenoperationen, Komplement, Durchschnitt, Vereinigung, Differenz, Symmetrische Differenz.

Grundlegende Rechengesetze - abgeleitet aus den Grundgesetzen der Aussagenlogik.

Beispiel: Lösung rationaler Ungleichungen.

Mengenoperationen und Inklusion, Gesetze der Differenz und der symmetrischen Differenz.

Unendliche Vereinigungen und Durchschnitte, Beispiele: Intervallmengen.

3.3 Mächtigkeit endlicher Mengen

Endliche Kardinalzahlen, Additivität bei disjunkter Vereinigung, Inklusions-Exklusions-Prinzip, Mächtigkeit des Kreuzproduktes, Mächtigkeit von $\wp(M)$ für endliches M.

3.4 Boolesche Algebren

Axiome der Booleschen Algebra.

Entsprechungen zwischen Boolescher Algebra, Mengenalgebra und Aussagenlogik.

Frage der Unabhängigkeit der Axiome. Abgeleitete Gesetze.

Relation \leq in Booleschen Algebren.

Boolesche Algebra der n -stelligen Booleschen Funktionen.

Teiler-Algebren $T(n)$. Hinweis auf den Satz von Stone.

4 Relationen und Funktionen

4.1 Darstellung endlicher zweistelliger Relationen durch Adjazenzmatrizen

Adjazenzmatrizen, der allgemeine Matrizenbegriff.

4.2 Eigenschaften zweistelliger Relationen über einer Grundmenge

Reflexivität, Symmetrie, Transitivität, Antisymmetrie. Widerspiegelung der Relationeneigenschaften in den Adjazenzmatrizen. Transponierte einer Matrix.

Halbordnungen, unmittelbare Nachfolger, unmittelbare Vorgänger, Unvergleichbarkeit, Ordnungsrelationen. Die geordneten Mengen $[\mathbb{N}, \leq]$, $[\mathbb{Z}, \leq]$, $[\mathbb{Q}, \leq]$ und $[\mathbb{R}, \leq]$.

Äquivalenzrelationen, Zerlegung in Klassen, Klassifizierung, Verfeinerungen und Vergrößerungen von Zerlegungen, Zusammenhang zwischen Äquivalenzrelationen und Zerlegungen. Semantische Äquivalenz \Leftrightarrow von Aussagen der Aussagenlogik, Kongruenz modulo n , Restklassen, Addition und Multiplikation von Restklassen.

4.3 Operationen mit Relationen

Reflexiver, symmetrischer und transitiver Abschluß von Relationen.

Inversion von Relationen und Transposition von Adjazenzmatrizen.

Das Produkt von Relationen und das Produkt von Adjazenzmatrizen.

Matrixprodukt und Transitivität. Das allgemeine Matrizenprodukt.

4.4 Funktionen

Operationen zwischen Funktionen: Inversion und Produkt von Funktionen.

Die „symmetrische Gruppe“ $[\mathbb{S}_M, \circ]$. Hinweis auf den Begriff der Gruppe.

Beispiele: $[\mathbb{Z}, +]$, $[\mathbb{Q}, +]$, $[\mathbb{R}, +]$.

4.5 Permutationen

Darstellung von Permutationen durch Relationsgraphen, Adjazenzmatrizen und durch Wertetabellen. Produkt und Inversion von Permutationen, Zyklen, Transposition. Darstellungssätze.

Permutationen und Deckabbildungen regelmäßiger Polygone. Drehungen, Spiegelungen in \mathbb{S}_3 . Verknüpfungstabellen für Permutationsgruppen. Die Drehgruppen \mathbb{D}_3^+ und \mathbb{D}_4^+ . Die „Kleinische Vierergruppe“. Deckabbildungen des Tetraeders. Hinweis auf Anwendungen in der „Computational Geometry“ und in der Chemie. Der Rubik-Würfel.

5 Zahlenbereiche

5.1 Die Menge \mathbb{N} der natürlichen Zahlen

Das Axiomensystem von Peano, das Induktionsaxiom. Das „Perlenkettenmodell“.

Die Operationen „+“ und „·“ auf \mathbb{N} . Definition der Relationen „ \leq “ und „|“ auf \mathbb{N} .

Vollständige Induktion, das Induktionsprinzip, Modell der Dominosteine, Induktionsanfang, Induktionsschritt, Induktionsvoraussetzung, Induktionsbehauptung, Induktionsschluß.

Beispiel: Gauß'sche Summenformel.

„Unvollständige Induktion“, Verallgemeinerungen der vollständige Induktion.

Die kommutativen Halbgruppen $[\mathbb{N}, +]$ und $[\mathbb{N}, \cdot]$.

5.2 Die Menge \mathbb{Z} der ganzen Zahlen

Zahlenbereichserweiterung, vollständige Induktion in \mathbb{Z} .

Die kommutative Gruppe $[\mathbb{Z}, +]$ und die kommutative Halbgruppe $[\mathbb{Z}, \cdot]$.

5.3 Die Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen

Brüche in der Umgangssprache, Konsonanz und Dissonanz in der Musik.

Zahlenbereichserweiterung, Klassen äquivalenter Brüche.

Diskretheit von \mathbb{Z} und Dichtheit von \mathbb{Q} . Der Körper $[\mathbb{Q}, +, \cdot]$.

5.4 Die Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen

Irrationalität von $\sqrt{2}$. Zahlenbereichserweiterung $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Cauchy-Folgen rationaler Zahlen, Äquivalenz von Cauchy-Folgen. Die Zahl e .

Unendliche Dezimalbrüche. Der Körper $[\mathbb{R}, +, \cdot]$. Dichtheit von \mathbb{R} .

6 Mächtigkeit unendlicher Mengen

Gleichmächtigkeit von Mengen, $\mathbb{N} \sim \{n, n+1, n+2, \dots\}$, Unendlichkeitsdefinition von Dedekind, abzählbar unendliche Mengen, $\mathbb{N} \sim \mathbb{Z}$, Abzählbarkeit der Primzahlen, „Sieb des Eratosthenes“.

Die Kardinalzahl \aleph_0 . Das Hilbert'sche Hotel.

Rechengesetze: $\aleph_0 + n = \aleph_0$, $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$ und $\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$.

Contor-Numerierung. Abzählbarkeit von \mathbb{Q} .

Die Relation \leq zwischen Kardinalzahlen.

Theorem von Cantor/Bernstein über die Antisymmetrie von \leq (ohne Beweis).

Theorem von Cantor/Zermelo über die Vergleichbarkeit von Kardinalzahlen (ohne Beweis).

Minimalität von \aleph_0 unter den unendlichen Kardinalzahlen. Überabzählbarkeit des Continuum \mathfrak{c} , Diagonalisierungsbeweis. Algebraische und transzendente Zahlen. Die Mächtigkeit von $\wp(M)$.

Die Russellsche Antinomie. Kritik der „naiven“ Mengenlehre.

7 Kombinatorik

7.1 Permutationen

Die kombinatorische Explosion der Fakultätsfunktion $n!$. Das Traveling-Salesman-Problem. Eingeschränkte Permutationen und Bäume.

Der Begriff „Wiederholung“ in der Kombinatorik. Permutationen mit Wiederholung

7.2 n - k -Auswahlen

7.2.1 Geordnete Auswahl (Variation)

7.2.1.1 Geordnete n - k -Auswahl ohne Wiederholung

Geordnete Auswahl ohne Wiederholung - injektive Abbildung.

$$V_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Beispiele: Bestimmte Mengen von Wörtern.

7.2.1.2 Geordnete n - k -Auswahl mit Wiederholung

Geordnete Auswahl mit Wiederholung - Abbildung von/in.

$$V_k^n(W) = n^k$$

Beispiele: Fußballtoto, bestimmte Mengen von Wörtern.

7.2.2 Ungeordnete Auswahl (Kombination)

7.2.2.1 Ungeordnete n - k -Auswahl ohne Wiederholung

Ungeordnete Auswahl ohne Wiederholung - Teilmengenbildung.

$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Beispiel: Zahlenlotto.

Die $\binom{n}{k}$ als Binomialkoeffizienten.

Die Rekursionsformel $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$, das Pascalsche Dreieck.

Zeilensumme im Pascalschen Dreieck: $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$

7.2.2.2 Ungeordnete n - k -Auswahl mit Wiederholung

Ungeordnete Auswahl mit Wiederholung - Teilmengenbildung aus „Multimenge“.

$$C_k^n(W) = C_k^{n+k-1} = \binom{n+k-1}{k}$$

Aufteilung gleicher Gegenstände auf unterscheidbare Behälter.

7.3 Diskrete Wahrscheinlichkeiten

$$P(\text{Ereignis}) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Fälle}}{\text{Anzahl der möglichen Fälle}}$$

Beispiele: Würfel, Zahlenlotto.

8 Lineare Algebra

8.1 Einführung

Anwendungsgebiete: Physik, Wirtschaftsmathematik, Geometrie, Computer-Grafik, Bildverarbeitung, ...

Lineare Algebra - algebraische Theorie der Vektoren.

Vektoren - mathematische Objekte zur Beschreibung von Erscheinungen mit Quantität und Richtung (z.B. Kraft, Beschleunigung, Geschwindigkeit, Weg usw.)

Vektor - Äquivalenzklasse von Pfeilen im Anschauungsraum

Multiplikation von Vektor mit Skalar (hier stets reelle Zahlen) und Addition von Vektoren

Veranschaulichung der Operationen im Anschauungsraum.

8.2 Axiome für Vektorräume über dem Körper \mathbb{R}

Axiomensystem, Linearkombination, lineare Hülle, Erzeugendensystem.

8.3 Der Vektorraum \mathbb{R}^n

Lineare Hüllen einzelner Vektoren im \mathbb{R}^2 - Geraden in Nullpunktlage,

Lineare Hüllen zweier Vektoren im \mathbb{R}^3 - Ebene in Nullpunktlage.

Explizite Darstellung von Geraden und Ebenen.

8.4 Lineare Unterräume

Definition.

Beispiele: Geraden im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 in Nullpunktlage, Ebenen im \mathbb{R}^3 in Nullpunktlage.

Lineare Hüllen sind Unterräume.

Einheitsvektoren.

8.5 Lineare Mannigfaltigkeiten und Parameterdarstellungen von Geraden und Ebenen

Definition.

Beispiele: Verschobene Geraden im \mathbb{R}^2 oder \mathbb{R}^3 , verschobene Ebenen im \mathbb{R}^3

Parameterdarstellung von Geraden, Schnittprobleme für Gerade im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 .
Parameterdarstellung von Ebenen, Schnittprobleme für Ebenen im \mathbb{R}^3 .

8.6 Basis und endliche Dimensionen

Lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit, Basis.

Beispiel: Einheitsvektoren im \mathbb{R}^2 und im \mathbb{R}^3 .

Eindeutige Kombinierbarkeit aus Basisvektoren.

Dimension, Austauschsatz von Steinitz (ohne Beweis).

8.7 Lineare Abbildungen - Einführung

Motivation, Definition.

Beispiele im \mathbb{R}^2 : Projektionen, Gleichmäßige Streckung (Maßstabsänderung), ungleichmäßige Streckung, Spiegelungen an den Achsen, Zentralspiegelung, Drehung um Winkel α .

Das Produkt linearer Abbildungen ist eine lineare Abbildung.

Das lineare Bild eines Unterraumes ist ein Unterraum.

Affine Abbildungen (lineare Abbildung und Translation)

Das Produkt affiner Abbildungen ist eine affine Abbildung.

Beispiel: Drehung des \mathbb{R}^2 um einen Punkt.

8.8 Linearer Abbildungen und Matrizen

Darstellung linearer Abbildungen durch Matrizen bezüglich der Einheitsbasis im \mathbb{R}^n .

Berechnen linearer Abbildungen mit Hilfe von Matrizen.

Produkt von Matrix mit Vektor: $y = A \cdot x$

Beispiele im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 .

8.9 Matrixprodukt

Matrix des Produktes zweier linearer Abbildungen.

Herleitung der Berechnungsvorschrift am Beispiel von 3×3 -Matrizen.

Produkt von Drehmatrizen und Summenformeln für Sinus und Kosinus.

Spiegelung an der Geraden in Nullpunktslage.

8.10 Lineare Gleichungssysteme und lineare Abbildungen

Matrix-Vektor-Schreibweise für lineare Gleichungssysteme.

Fälle der Lösbarkeit von Gleichungssystemen: unlösbar (überbestimmt), eindeutiger Lösungsvektor, Lösungsmannigfaltigkeit (unterbestimmt).

Homogene lineare Gleichungssysteme, Kern linearer Abbildungen.

Der Kern einer linearen Abbildung ist ein Unterraum.

Allgemeine Darstellung der Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme.

8.11 Das Verfahren von Gauß-Jordan

Dreiecksgestalt und eindeutige Lösung. Staffelgestalt und mehrdeutige Lösung. Unlösbarkeit.

8.12 Lineare Gleichungssysteme und Determinanten

2×2-Determinanten und Lösbarkeit von 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten.

Die Cramersche Regel, Hinweis auf den $n \times n$ -Fall.

8.13 Determinanten und Flächenberechnung

2×2-Determinanten als Fläche des Parallelogramms.

3×3-Determinanten als Volumen des Parallelepipeds.

Flächenberechnung für Dreiecke.

Literatur

1 Arbeitsliteratur

Anton, Howard: Lineare Algebra, Spektrum Akademischer Verlag, 1998.

Belkner, H: Determinanten und Matrizen, Verlag Harri Deutsch, 1989.

Dörfler, W., Peschek, W.: Einführung in die Mathematik für Informatiker, Carl Hanser Verlag, 1988.

Kästner, H., Göthner, P.: Algebra leicht gemacht, Verlag Harri Deutsch, 1988.

Lehmann, I., Schulz, W.: Mengen-Relationen-Funktionen. Eine anschauliche Einführung, Teubner, 1997.

Lipschutz, S.: Lineare Algebra, McGraw-Hill, 1999.

Meinel, Ch., Mundhenk, M.: Mathematische Grundlagen der Informatik, Teubner, 2000.

Mendelson, E.: Boolesche Algebra und logische Schaltungen (Theorie und Anwendungen), McGraw-Hill Book Company, 1982.

Nehrlich, W.: Diskrete Mathematik – Basiswissen für Informatiker, eine Mathematica-gestützte Darstellung, Fachbuchverlag Leipzig, 2003.

Padberg, F., Danckwerts, R., Stein, M.: Zahlbereiche - Eine elementare Einführung, Spektrum Akademischer Verlag, 1995.

Preuß, W., Wenisch, G.: Lehr- und Übungsbuch Mathematik für Informatiker, Fachbuchverlag, 1997.

Rosen, K.H.: Discrete Mathematics and Its Applications, McGraw-Hill, 1999.

Schäfer, W., Georgi, K., Trippler, G.: Mathematik-Vorkurs, Teubner, 1999.

Schöning, U.: Theoretische Informatik - kurzgefasst, Spektrum Akademischer Verlag, 2001.

Sominski, I.: Die Methode der vollständigen Induktion, Verlag Harri Deutsch.

Thiele, R.: Mathematische Beweise, Verlag Harri Deutsch, 1981.

Winter, R.: Grundlagen der formalen Logik, Verlag Harri Deutsch, 1996.

2 Zusatzliteratur (Vertiefende Literatur, Literatur zur Geschichte der Mathematik, populärwissenschaftliche Literatur und „historische“ Veröffentlichungen)

Alexandroff, P.S.: Einführung in die Mengenlehre und in die allgemeine Topologie, Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1984.

Asser, G.: Einführung in die Mathematische Logik, Teubner, 1967.

Asser, G.: Grundbegriffe der Mathematik, Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1973.

Böhme, G.: Algebra, Anwendungsorientierte Mathematik, Springer Verlag, 1992.

Brecht, W.: Theoretische Informatik, Vieweg Verlag, 1995.

Cantor, G.: Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre, Mathematische Annalen 46, 1895.

Courant, Robbins: Was ist Mathematik?, Axel Springer Verlag.

Dedekind, R.: Stetigkeit und irrationale Zahlen?, Braunschweig, 1872, 8. Auflage: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1967.

Dedekind, R.: Was sind und was sollen die Zahlen?, Braunschweig, 1887, 11. Auflage: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1967.

Devlin, K.: Sternstunden der modernen Mathematik, Deutscher Taschenbuchverlag, 1992.

Felscher, W.: Berechenbarkeit - Rekursive und Programmierbare Funktionen, Springer-Verlag, 1993.

Flachsmeyer, J.: Kombinatorik, Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1969.

Foley, J.D., van Dam, A. u.a.: Introduction to Computer Graphics, Addison-Wesley Publishing Company, 1993.

Guedj, D.: Das Theorem des Papageis, Roman, Bastei Lübbe, 2001.

Hasse, M.: Grundbegriffe der Mengenlehre und Logik, Teubner, 1965.

Haupt, D.: Mengenlehre - leicht verständlich, Fachbuchverlag Leipzig, 1971.

Hilbert, D.: Über das Unendliche, Mathematische Annalen 95, 1926.

Hollatz, H.: Mathematische Grundlagen der Informatik, Buch 1: Algebra, Graphen, Logik. Vorlesungsskript, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 1999.

Hotz, G.: Einführung in die Informatik, Teubner, 1990.

Ihringer, Th.: Diskrete Mathematik, Teubner, 1994.

Lipschutz, S.: Finite Mathematik (Logik, Mengenlehre, Vektoren und Matrizen u.a.), McGraw-Hill Book Company.

Meschkowski, H.: Probleme des Unendlichen - Werk und Leben Georg Cantors, Vieweg Verlag, 1967.

Oberschelp, A.: Allgemeine Mengenlehre, Wissenschaftsverlag, 1994.

Padberg, F.: Elementare Zahlentheorie, Spektrum Akademischer Verlag, 1996.

Piff, M.: Discrete Mathematics - An Introduction for Software Engineers, Cambridge University Press, 1991.

Polya, G.: Schule des Denkens, Francke Verlag, 1995.

Russell, B.: Einführung in die mathematische Philosophie, Emil Vollmer Verlag Wiesbaden (Originalarbeit: Introduction to Mathematical Philosophy, 1919.)

Shegalkin, I.I.: Arithmetisierung der symbolischen Logik, Mathematischer Sammelband 35, 1928 (russ.).

Siefkes, D.: Formalisieren und beweisen - Logik für Informatiker, Vieweg, 1990.

Singh, S.: Fermats letzter Satz - Die abenteuerliche Geschichte eines mathematischen Rätsels, Carl Hanser Verlag, 1998.

Szász, G.: Einführung in die Verbandstheorie, Teubner, 1962.

Truss, J.K.: Discrete Mathematics for Computer Scientists, Addison-Wesley Company, 1991.

Tuschik, H.-P., Wolter, H.: Mathematische Logik - Kurzgefaßt, Wissenschaftsverlag, 1994.

Lebensdaten bedeutender Mathematiker und Logiker

mit Bezug zum Gegenstand der Vorlesung

Wilhelm Ackermann	1896-1962	Helmut Hasse	1898-1979
Aristoteles von Stagira	384-322 v.u.Z.	David Hilbert	1862-1943
Jacob Bernoulli	1655-1705	Hippasos von Metapont	um 500 v.u.Z.
Felix Bernstein	1878-1956	Camille Jordan	1838-1922
Raffael Bombelli	1526-1572	Felix Klein	1849-1925
George Boole	1815-1864	Leopold Kronecker	1823-1891
Georg Cantor	1845-1918	Kazimierz Kuratowski	1896-1980
Augustin Louis Cauchy	1789-1857	Gottfried Wilhelm Leibniz	1646-1716
Edvard J. McCluskey	1956	Augustus de Morgan	1806-1871
Paul Cohen	geb. 1934	Jean Nicod	1893-1924
Gabriel Cramer	1704-1752	Blaise Pascal	1623-1662
Richard Dedekind	1831-1916	Guisepe Peano	1858-1932
Eratosthenes von Kyrene	ca. 276-194 v.u.Z.	Charles Sanders Peirce	1839-1940
Euklid von Alexandria	ca. 365-300 v.u.Z.	Petrus Hispanus	ca. 1205-1277
Leonhard Euler	1707-1783	Philon von Megara	ca. 250 v.u.Z.
Pierre de Fermat	1601-1665	Pythagoras von Samos	ca. 580-500 v.u.Z.
Abraham Freankel	1891-1965	Willard Van Orman Quine	1908-2000
Gottlob Frege	1846-1925	Bertrand Russell	1872-1970
Evariste Galois	1811-1832	Henry Sheffer	1883-1972
Carl Friedrich Gauß	1777-1855	Iwan Shegalkin	1869-1947
Kurt Gödel	1906-1978	John Venn	1834-1923
Christian Goldbach	1690-1764	Karl Theodor Weierstraß	1815-1897
Herrmann Graßmann	1809-1877	Andrew Wiles	geb. 1953
William Rowan Hamilton	1805-1865	Ernst Zermelo	1871-1953